

Сборник докладов на 9-ой Международной конференции «Радиолокация, навигация и связь», Воронеж, 2003, Т.3, С. 1806-1813.

## **АНАЛИТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И НАВИГАЦИИ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ**

**Белов В.П., Голяков А.Д., Старков С.Я.**

### **Аннотация**

Рассмотрен аналитико-статистический метод оценивания надёжности систем навигации и управления подвижных объектов. Этот метод не требует составления структурно-логической схемы надёжности. Он применяется при наличии в системе любых видов резервирования, в том числе ненагруженного резервирования и резервирования с восстановлением. Реализован и апробирован в НИИ ТМ при подтверждении заданных требований к разработанным системам безопасности движения поездов метрополитена.

## **ANALYTICAL-STATISTICAL ESTIMATION METHOD OF RELIABILITY FOR MOBILE OBJECT CONTROL AND NAVIGATION SYSTEMS**

**V.P. Belov, A.D. Golyakov, S.Y. Starkov**

### **Abstract**

An analytical-statistical estimation method of reliability for mobile object control and navigation systems is considered. According to this method it is not necessary to draw a reliability block-logical diagram. It is employed in the presence of any redundancy including non-loaded redundancy and redundancy with renewal in a system. This method is implemented and approved in the Research Institute for Precision Mechanics in the process of verifying specified requirements for developed safety systems for metro train traffic.

При оценивании надёжности систем навигации и управления подвижных объектов на ранних стадиях их жизненного цикла используется определённая группа аналитических методов. В эту группу входят:

- структурно-аналитический метод;
- графоаналитический метод;
- метод путей и сечений;
- логико-вероятностный метод;
- статистические методы и др.

Выбор метода оценивания надёжности производится на основе анализа структуры электронной системы, режимов её работы, степени трудоёмкости процесса оценивания и других факторов.

К современным навигационным системам предъявляются достаточно жёсткие требования по надёжности. Поэтому метод путей и сечений, графоаналитический, структурно-аналитический и логико-вероятностный методы расчёта показателей надёжности [1÷3] этих систем, которые обладают, как правило, исключительно сложной структурой, оказываются неприемлемыми.

Статистические методы [2] оценивания искомых показателей высоконадёжных систем имеют большую трудоёмкость и сравнительно низкую точность.

Аналитико-статистический метод оценивания надёжности свободен от недостатков этих методов. Он не требует составления структурно-логической схемы надёжности и применяется при наличии в системе любых видов резервирования, в том числе ненагруженного резервирования и резервирования с восстановлением. В аналитико-статистическом методе предполагается, что закон распределения времени возникновения отказов отдельных элементов, входящих в систему, является экспоненциальным.

Расчёт показателей надёжности системы производится на основе информации, получаемой в процессе статистического моделирования потока отказов её элементов. При этом поток отказов элементов на ограниченном временном интервале  $(0, t]$  представляется в виде полумарковского процесса. Вероятностное описание вложенной цепи Маркова данного процесса характеризуется выражением

$$P(E_0, E_1, \dots, E_{r-1}, E_r^*) = P(E_0) \prod_{m=1}^{r-1} p_m(E_m / E_{m-1}) [1 - p_r(E_r^* / E_{r-1})], \quad (1)$$

где  $E_0, E_1, \dots, E_{r-1}$  - невозвратные состояния цепи Маркова;

$E_r^*$  - поглощающее состояние цепи Маркова;

$p_m(E_m / E_{m-1})$  - вероятность перехода цепи Маркова из невозвратного состояния  $E_{m-1}$  в невозвратное состояние  $E_m$ ;

$p_r(E_r^* / E_{r-1})$  - вероятность перехода цепи Маркова из невозвратного состояния  $E_{r-1}$  в поглощающее состояние  $E_r^*$ .

Последовательность невозвратных состояний представляет собой упорядоченную во времени совокупность событий возникновения отказов отдельных элементов до  $(r-1)$  отказа включительно. Например, состояние  $E_j$  соответствует такому состоянию системы, при котором имеется  $j$  отказавших элементов. Состояние с  $r$  отказавшими элементами, в которое оно переходит из состояния  $E_{r-1}$  и остается в нем до конца заданного временного интервала, является поглощающим состоянием  $E_r^*$ . Поэтому вероятность реализации потока отказов с установленным числом  $j$  отказавших элементов системы равна вероятности поглощения процесса в состоянии  $E_j^*$ .

Время  $t_j$  возникновения в потоке отказа  $j$ -го элемента определяется по рекуррентной формуле

$$t_j = t_{j-1} + T_{j-1,j}, \quad (2)$$

где  $t_{j-1}$  - момент времени возникновения в потоке отказа  $(j-1)$ -го элемента;

$T_{j-1,j}$  - интервал времени, в течение которого процесс находится в состоянии  $E_{j-1}$ .

Значение интервала времени  $T_{j-1,j}$  находится методом обратных функций с помощью выражения

$$x = \frac{\int_{t_{j-1}}^{T_{j-1,j}} I_j e^{-I_j t} dt}{\int_{t_{j-1}}^t I_j e^{-I_j t} dt}, \quad (3)$$

где  $\xi$  - равномерно распределенная на интервале  $(0,1)$  случайная величина, значение которой определяется программным путем.

Для определения вероятностей  $p_m(E_m/E_{m-1})$  и  $p_r(E_r^*/E_{r-1})$ , где  $m = \overline{1, r-1}$ , используется метод статистических испытаний. Сущность этого метода заключается в моделировании временной последовательности отказов элементов системы. При этом искомые вероятности рассчитываются по формулам

$$p_m(E_m/E_{m-1}) = \frac{1}{n} \sum_{z=1}^n p_{m,z}(E_m/E_{m-1}), \quad (4)$$

$$p_r(E_r^*/E_{r-1}) = \frac{1}{n} \sum_{z=1}^n p_{r,z}(E_r^*/E_{r-1}), \quad (5)$$

где  $p_{m,z}(E_m/E_{m-1})$  - значение оценки вероятности  $p_m(E_m/E_{m-1})$ , полученное в  $z$ -ой реализации;

$p_{r,z}(E_r^*/E_{r-1})$  - значение оценки вероятности  $p_r(E_r^*/E_{r-1})$ , полученное в  $z$ -ой реализации;

$n$  - число реализаций случайного процесса, которое выбирается в пределах 50...100.

Статистическое моделирование проводится в зависимости от циклограммы функционирования конкретной системы управления или навигации. Под циклограммой понимается последовательность интервалов времени  $[T_{MIN}, T_{MAX})$ , называемых циклами. Каждому циклу соответствует один из двух возможных режимов эксплуатации системы, а именно режим функционирования или режим хранения. Для первого временного интервала принимается  $T_{MIN} = 0$ .

В общем случае каждый элемент, входящий в систему, имеет свою циклограмму работы. С целью упрощения последующего расчёта показателей надёжности система представляется в виде совокупности, так называемых, приборов. В прибор включаются те элементы, которые имеет одинаковые циклограммы функционирования. При наличии в приборе однотипных элементов, эксплуатируемых в одинаковых условиях и имеющих равные интенсивности отказов в режиме функционирования и хранения, формируются группы. Каждая группа характеризуется определённым количеством элементов.

Значения оценок вероятностей (4) и (5) определяются с помощью выражений

$$p_{m,z}(E_m/E_{m-1}) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^{K^n} \sum_{u=1}^{K_i^{zp}} K_{i,u}^{\circ} [I_{i,u} t_{m,i,u}(z) + I_{i,u}^{xp} t_{m,i,u}^{xp}(z)] \right\}, \quad (6)$$

$$p_{r,z}(E_r^*/E_{r-1}) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^{K^n} \sum_{u=1}^{K_i^{zp}} K_{i,u}^{\circ} [I_{i,u} t_{r,i,u}(z) + I_{i,u}^{xp} t_{r,i,u}^{xp}(z)] \right\}, \quad (7)$$

где  $K^n$  - количество приборов в системе;

$K_i^{zp}$  - количество групп в  $i$ -ом приборе;

$K_{i,u}^{\circ}$  - количество элементов в  $u$ -ой группе  $i$ -ого прибора;

$I_{i,u}$  - интенсивность отказов элемента в  $u$ -ой группе  $i$ -ого прибора, находящегося в режиме функционирования;

$I_{i,u}^{xp}$  - интенсивность отказов элемента в  $u$ -ой группе  $i$ -ого прибора, находящегося в режиме хранения;

$t_{m,i,u}(z)$  - время, в течение которого элемент в  $u$ -ой группе  $i$ -ого прибора находится в режиме функционирования в  $z$ -ой реализации от момента возникновения отказа  $(m-1)$ -го по порядку элемента;

$t_{m,i,u}^{xp}(z)$  - время, в течение которого элемент в  $u$ -ой группе  $i$ -го прибора находится в режиме хранения в  $z$ -ой реализации от момента возникновения отказа  $(m-1)$ -го по порядку элемента;

$t_{r,i,u}(z)$  - время, в течение которого элемент в  $u$ -ой группе  $i$ -го прибора находится в режиме функционирования в  $z$ -ой реализации от момента возникновения отказа  $(r-1)$ -го по порядку элемента;

$t_{r,i,u}^{xp}(z)$  - время, в течение которого элемент в  $u$ -ой группе  $i$ -го прибора находится в режиме хранения в  $z$ -ой реализации от момента возникновения отказа  $(r-1)$ -го по порядку элемента.

Для определения показателей надёжности системы определяется точечная оценка вероятности возникновения  $\nu$  отказов её элементов в течение времени проведения статистических испытаний

$$P(n) = p_n(E_n / E_{n-1}) \prod_{m=0}^{n-1} [1 - p_m(E_m / E_{m-1})]. \quad (8)$$

На основании анализа результатов статистического моделирования рассчитываются искомые показатели надёжности и безопасности. В частности, точечная оценка вероятности опасного отказа вычисляется по формуле

$$Q_o(t) = \sum_{n=1}^r P(n) Q_o(n), \quad (9)$$

где  $Q_o(n)$  - оценка вероятности опасного отказа системы при  $\nu$  отказавших элементов;

$r$  - установленное до начала моделирования количество отказавших элементов, значение которого выбирается, как правило, в пределах от трёх до пяти.

Оценка  $Q_o(n)$  определяется из выражения

$$Q_o(n) = \frac{m_o(n)}{n}, \quad (10)$$

где  $m_o(n)$  - число реализаций, которым по результатам анализа технического состояния системы соответствует опасный отказ при  $\nu$  отказавших элементов.

Среднее квадратическое отклонение погрешности оценки вероятности опасного отказа находится по формуле

$$s[Q_o(n)] = \sqrt{\sum_{n=r_{\min}+1}^r P^2(n) D[Q_o(n)] + Q_o^2(n) D[P(n)]}, \quad (11)$$

где  $r_{\min}$  - минимальное значение числа отказавших элементов, при котором вероятность опасного отказа  $Q_o(n) = 0$ ;

$D[Q_o(n)]$  - дисперсия оценки вероятности  $Q_o(n)$ :

$$D[Q_o(n)] = \frac{[m - m_o(n)] m_o(n)}{n^3};$$

$D[P(n)]$  - дисперсия оценки вероятности  $P(n)$ .

Выражение для расчёта точечной оценки вероятности безотказной работы навигационной системы имеет вид

$$P(t) = 1 - \sum_{n=1}^r P(n) Q(n), \quad (12)$$

где  $Q(n)$  - оценка вероятности отказа системы при  $\nu$  отказавших элементов:

$$Q(n) = \frac{m(n)}{n};$$

$m(n)$  - число реализаций, которым по результатам анализа технического состояния системы соответствует её отказ при  $v$  отказавших элементов.

Применительно к высоконадёжным системам навигации, эксплуатация которых описывается регенерирующим стохастическим процессом, используется приближённая модель отказов, характеризуемая распределением Пуассона:

$$P(n) = a^n \frac{e^{-a}}{n!}, \quad (13)$$

где  $a = I_{\Sigma}t$  - параметр распределения;

$I_{\Sigma}$  - суммарная интенсивность отказов элементов системы;

$t$  - длительность одного цикла функционирования системы.

При выполнении условия  $a \leq 10^{-2}$  в соотношении (9) ограничиваются одним слагаемым. Тогда с достаточной степенью точности, полагая, что  $Q_o(n) = 1$ , вероятность опасного отказа рассчитывается по приближённой формуле

$$Q_o(t) \approx P(r) = a^r \frac{e^{-a}}{r!}. \quad (14)$$

В этом случае количество реализаций определяется с помощью соотношения

$$n = \frac{1}{d^2}, \quad (15)$$

где  $d = \frac{s[Q_o(t)]}{Q_o(t)}$  - относительная погрешность оценки вероятности  $Q_o(t)$ .

Апробация аналитико-статистического метода оценивания надёжности проведена в научно-исследовательском институте точной механики при подтверждении заданных требований к разработанным системам безопасности движения поездов метрополитена [4, 5] с использованием специального программного обеспечения.

Расчёт надёжности проводился на основе статистической модели системы безопасности, которая состояла из перечня комплектующих элементов (КЭ), распределённых по приборам и группам, и циклограммы работы приборов. В группу объединялись однотипные КЭ, имеющие одинаковые условия использования (коэффициент нагрузки, температуру окружающей среды, время работы и время хранения). Для группы указывались число элементов в группе, статистические характеристики элементов (интенсивности отказов элементов в режиме работы и при хранении, интенсивность восстановления, относительные вероятности возникновения отказов различного вида).

Результатами статистического моделирования являлись:

а) перечень реализаций функционирования системы, каждая из которых представляла последовательность отказавших элементов, соответствующую одному из возможных потоков отказов с заданным числом отказавших элементов. Параметры отказавшего элемента содержали: номер прибора и группы элементов, к которым принадлежит отказавший элемент, номер элемента в группе, номер вида отказа элемента, текущее время отказа элемента, относительное время восстановления прибора, признак, указывающий на состояние элемента (0 - элемент неработоспособен, 1 - элемент работоспособен);

б) массив  $P(n)$  коэффициентов, значения которых характеризуют точечные оценки вероятности возникновения в системе потоков с различным числом  $v$  отказавших элементов;

в) массив  $D[P(n)]$  коэффициентов, значения которых характеризуют дисперсии точечных оценок вероятностей  $P(n)$ .

На основе полученных результатов рассчитывались искомые показатели надёжности.

Алгоритм расчета включает последовательность следующих шагов:

1. Определяют параметры процесса статистического моделирования исходя из необходимости обеспечения требуемой достоверности результатов расчета;
2. Находят оценку вероятности безотказной работы системы по формуле (12);
3. Рассчитывают дисперсию оценки вероятности безотказной работы с помощью выражения

$$D[P(t)] = \sum_{n=1}^r P^2(n)D[Q(n)] + D[P(n)]Q^2(n). \quad (16)$$

Аналитико-статистический метод является менее трудоёмким по сравнению со статистическим методом. С его помощью рассчитываются показатели надёжности систем, содержащих восстанавливаемые резервные элементы, а также показатели безопасности высоконадёжных систем, предназначенных для выполнения ответственных функций.

#### Литература

1. Половко А.М. Основы теории надёжности. – М.: Наука, 1964. – 446 с.
2. Надёжность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырёв, В.В. Болотин и др.; Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
3. Надёжность и эффективность в технике. Т.5. Проектный анализ надёжности: Справочник / Под ред. В.И. Патрушева и А.И. Рембезы. – М: Машиностроение, 1988.- 316 с.
4. Поездная аппаратура комплексной системы обеспечения безопасности движения и автоматизированного управления движением поездов. Доказательство безопасности. – С-Пб.: ОАО «НИИ ТМ», 1998. – 155 с.
5. Стационарная аппаратура комплексной системы обеспечения безопасности движения и автоматизированного управления движением поездов. Расчёт надёжности. - С-Пб.: ОАО «НИИ ТМ», 2000. – 152 с.